

溜砂颗粒运动模型探讨

阙云¹, 王磊², 张志勇³, 韩宝国⁴

(1. 同济大学 道路与机场工程系, 上海 200092; 2. 北京京园诚得信工程管理有限公司, 北京 100044;
3. 中国路桥集团公路一局天津工程处, 天津 300451; 4. 浙江省交通工程建设集团第五分公司, 浙江 杭州 310021)

摘要: 溜砂灾害是在山区中较常见的一种自然灾害, 由于其爆发频繁、随机性强, 常对交通运输、工农业生产 and 人民生命财产都带来极大的危害和损失。运用 Mohr-Coulomb 准则和能量守恒定律分别推导单个砂粒滑动判别条件和滚动条件; 引入弹性恢复系数法描述砂粒间碰撞问题。该成果对于正确认识溜砂灾害形成机理有较为积极的作用, 并且可以为溜砂灾害的防治提供参考。

关键词: 溜砂坡; 溜砂; 计算模型; 恢复系数

文献标识码: A

文章编号: 1000-288X(2006)03-0059-04

中图分类号: X169

Research on Motion Models of Particle of Sand-sliding

QUE Yun¹, WANG Lei², ZHANG Zhi-yong³, HAN Bao-guo⁴

(1. Department of Highway and Airport Engineering, Tongji University, Shanghai

200092, China; 2. Beijing Jingyuan Engineering Consulting Co., Ltd, Beijing 100044, China;

3. China Road and Bridge Corporation Tianjin Branch, Tianjin 300451, China; 4. Zhejiang Provincial

Transportation Engineering Construction Group NO.5 Engineering Co., Ltd, Hangzhou 310021, Zhejiang Province, China)

Abstract: As one of mountain hazards, sand-sliding hazard usually endangers severely transportation, industrial and agricultural production and our life and property because the frequency of their occurrences is high. Mohr-Coulomb criterion and energy conservation law were applied to deduce the sliding critical condition and rolling condition of single sand. The restitution coefficient was applied to describe the impact problem. The research findings may help to understand the formative mechanism of sand-sliding hazard and control of sand-sliding hazard.

Keywords: sand-sliding slope; sand-sliding motion models; restitution coefficient

溜砂坡是指高陡斜坡在风化作用下形成的砂粒和碎屑, 在重力作用下发生溜动, 并在坡脚堆积形成锥状斜坡^[1]。溜砂是溜砂坡上的砂粒和碎屑, 在重力作用下沿着坡面向下溜动的一种现象。溜砂坡是在特定地形、地质和气候条件下形成和演化的重力侵蚀的一种特殊类型, 它主要分布在干旱、半干旱的高寒山区, 如我国西部的川西、藏东、新疆、青海、甘肃、陕西南部地区^[2]。

溜砂灾害作为山区中较为特殊的一种山地灾害, 它有一个显著的特点: 当砂坡面上一点(处)失稳, 就可波及周边地区导致大面积的坡面碎屑物滚动下溜。溜砂运动形式主要有以下几种: 砂粒的滑动、砂粒的滚动以及砂粒间的碰撞等。对于某一具体的溜砂, 可能并不是每一种运动形式都存在, 这取决于砂坡形状、砂粒的力学性质等因素。

1 基本假定

砂粒运动严格意义上属于三维问题, 影响因素与运动机理非常复杂。出于数学、力学上简化的考虑, 本文对于溜砂问题, 作以下几点简化假设:

(1) 假定溜砂运动为二维平面运动。

(2) 假定砂粒为均质的球体, 在平面坐标下简化为圆。

(3) 假定砂坡坡面形状已知, 在平面坐标下坡面方程为 $f(x, y) = 0$ 。

2 砂粒滑动

如图 1, 位于砂坡表面的松散砂粒为直径 d 的球体, 其含水量为 ω , 砂粒重量 $W = W_s(1 + \omega)$, 其沿坡向下的切向分量 T 及与坡面垂直的法向分量 N 各为:

收稿日期: 2005-06-27

资助项目: 西藏交通厅科技项目“川藏公路中坝段溜砂坡发生机理与防治关键技术示范研究”

作者简介: 阙云(1980—), 男(汉族), 江西省黎川县人, 博士研究生, 主要从事路基及边坡稳定与防治方面研究。E-mail: queyun_2001@tom.com.

$$T = W \cdot \sin \theta \quad (1)$$

$$T = W \cdot \cos \theta \quad (2)$$

式中: θ ——砂坡坡面与 x 轴的夹角, 大小为 $\tan^{-1} \left[\left| \frac{f'_x}{f'_y} \right|_{(x_0, y_0)} \right]$, 其中 $f'_x = \frac{\partial f}{\partial x}$, $f'_y = \frac{\partial f}{\partial y}$, f 为坡面方程。

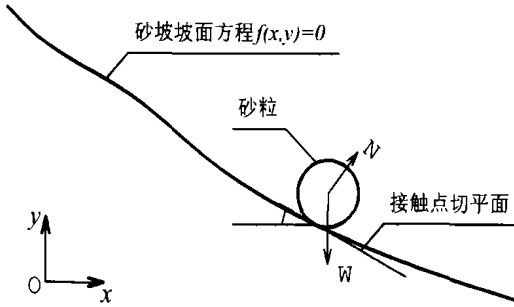


图 1 砂粒在砂坡上的受力图

若砂粒与砂坡面的接触面积为 S , 则在接触面上产生的剪应力及法向应力分别为:

$$\tau = \frac{W}{S} \cdot \sin \theta \quad (3)$$

$$\sigma = \frac{W}{S} \cdot \cos \theta \quad (4)$$

设砂粒与周围其它砂粒的摩擦角为 φ ($c = 0$), 根据 Mohr-Coulomb 准则, 抗剪强度 τ_f 为:

$$\tau_f = \sigma \tan \varphi = \frac{W}{S} \cdot \cos \theta \cdot \tan \varphi \quad (5)$$

定义砂粒抗滑系数 K :

$$K = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{\frac{W}{S} \cdot \cos \theta \cdot \tan \varphi}{\frac{W}{S} \cdot \sin \theta} = \cot \theta \cdot \tan \varphi \quad (6)$$

当 $K > 1$, 砂粒处于稳定状态;

$K = 1$, 砂粒处于临界状态;

$K < 1$, 砂粒处于失稳状态, 即产生滑动。

由式(6)可知: K 与砂粒大小、容量和含水量无关, 仅与坡面的坡度和砂粒间的内摩擦角有关。

3 砂粒滚动

如图 2, 当砂粒 B 由 O_2 位置运动到 O_4 , 外力作用要克服平动、转动、抬升以及摩擦阻力做功。假定外力为 P , 作用于 D 点, 将作用点简化为质心时, 力大小仍为 P , 外加一个力矩 $M = P \cdot s$ 。另外假定砂粒为刚性、不可压缩, 且砂粒 A, C 静止不动。根据能量守恒定理, 有:

$$M\beta + PL \cdot \sin \xi - Ph \cdot \cos \xi - mgh + \tan \varphi \cdot \left[\int_{-\beta}^0 mgR_2 \cos \alpha \delta + \int_{\lambda}^{\lambda+\beta} PR_2 \cos \eta d\eta \right]$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \left[\frac{v}{R_2} \right]^2 \quad (7)$$

可得:

$$P = (0.7 m v^2 + mgR_2 \cdot \tan \varphi \cdot \sin \beta + mgh) / [S\beta + L \cdot \sin \xi - h \cdot \cos \xi - R_2 \cdot \tan \varphi \cdot \sin(\lambda + \beta) + R_2 \cdot \tan \varphi \cdot \sin \lambda] \quad (8)$$

式中: m ——砂粒 B 质量; g ——重力加速度, 取 9.8 m/s^2 ; φ ——砂粒内摩擦角; θ ——砂坡坡面与水平面夹角; ξ ——外力 P 与水平面夹角; $R_{1,2,3}$ ——砂粒 A, B, C 的半径; v ——砂粒 B 运动速度; I ——砂粒 B 转动惯量, 球体取 $0.4 m R^2$; $\alpha = \arccos \frac{R_3^2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 - R_1 R_2}{R_3^2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_1 R_2}$; $\beta = \pi - \alpha - \theta - \gamma$;

$$\gamma = \arccos \frac{R_3 - R_1}{R_3 + R_1}; \lambda = \pi/2 - \beta - \xi; h = (R_2 + R_3)$$

$$(1 - \cos \beta); L = (R_2 + R_3) \sin \beta.$$

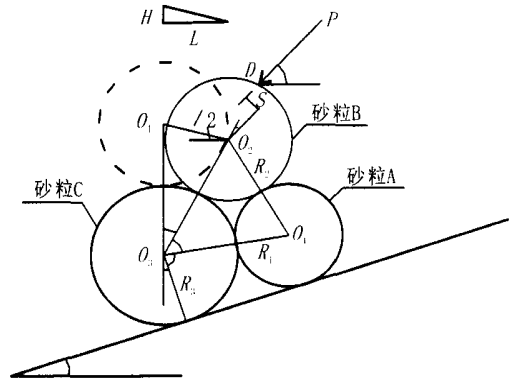


图 2 砂粒由静止向滚动转化阶段的受力图

外力将砂粒送到 O_4 位置, 且刚好停住, 此时 $v = 0$, 对应的 P 为 $P_{\text{临界}}$ 。只有当 $P \geq P_{\text{临界}}$ 时, 砂粒才可能由静止转化为滚动; 反之, 不可能实现静止到滚动的转化。

由式(8)得:

$$P = (mgR_2 \cdot \tan \varphi \cdot \sin \beta + mgh) / [S\beta + L \cdot \sin \xi - h \cdot \cos \xi - R_2 \cdot \tan \varphi \cdot \sin(\lambda + \beta) + R_2 \cdot \tan \varphi \cdot \sin \lambda] \quad (9)$$

若作用力为风荷载, 风作用力可表示为^[3]:

$$P = C_E \rho U^2 A / 2 \quad (10)$$

式中: C_E ——形状系数, 与砂粒运动形状及尺寸有关; ρ ——空气密度; A ——砂粒迎风面积, 对于球体可取 $\pi d^2/4$; U ——风速与砂粒质心运动速度的差值, 一般情况下可取风速。

当风力将砂粒送到 O_4 位置且刚好停住, 此时风速就达到了产生滚动的起动风速 $U_{\text{起动}}$, 由公式(10)可得:

$$U_{启动} = \left[\frac{2P_{临界}}{CE\theta\pi R^2} \right]^{0.5} \quad (11)$$

4 砂粒碰撞

砂粒在砂坡上溜动过程中一旦遇到其它砂粒的阻挡, 就会产生碰撞, 这种碰撞可以是近乎完全弹性碰撞, 也可能是完全非弹性碰撞, 这取决于砂粒的物理学性质、砂粒的质量、碰撞时的入射角度和入射速度等诸多因素。本文采用恢复系数法来描述砂粒间碰撞问题, 将砂粒间碰撞当成刚体碰撞, 通过恢复系数来考虑碰撞过程中的能量损失, 避免了对砂粒碰撞过程中非线性变形以及摩擦等问题的直接讨论^[4]。

两体碰撞中, 常用的恢复系数是定义法向与切向的恢复系数, 即定义

$$e_n = \frac{(v_{A2})_n - (v_{B2})_n}{(v_{A1})_n - (v_{B1})_n} \quad (12a)$$

$$e_t = \frac{(v_{A2})_t - (v_{B2})_t}{(v_{A1})_t - (v_{B1})_t} \quad (12b)$$

式中: e_n, e_t ——法向与切向速度恢复系数; $(v_{A1})_n, (v_{A1})_t$ ——A 砂粒碰撞前法向与切向速度分量; $(v_{A2})_n, (v_{A2})_t$ ——A 砂粒碰撞后法向与切向速度分量; $(v_{B1})_n, (v_{B1})_t$ ——B 砂粒碰撞前法向与切向速度分量; $(v_{B2})_n, (v_{B2})_t$ ——B 砂粒碰撞后法向与切向速度分量。

当 e_n 和 e_t 等于 1 时, 碰撞过程中无摩擦阻尼作用, 碰撞为完全弹性碰撞, 能量没有损失; 而当 e_n 和 e_t 等于 0 时, 碰撞则为完全黏滞阻尼状态, 碰撞为完全非弹性碰撞, 此时能量损失也最大。

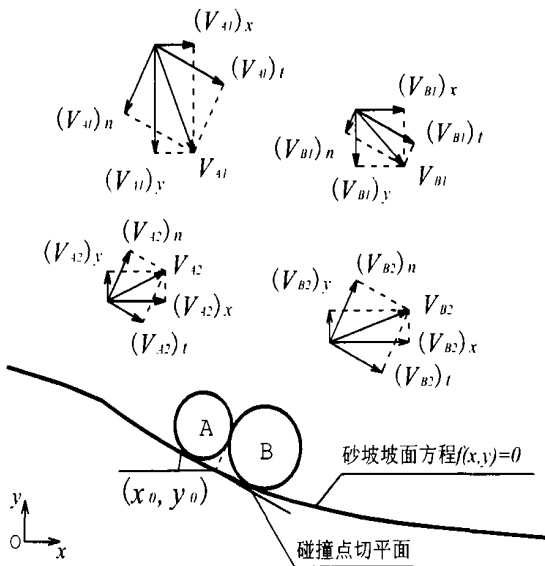


图 3 砂粒碰撞模型

如图 3, 设砂粒 A, B 碰撞前的速度分别为 v_{A1}, v_{B1} , 则按速度向量分解, 有:

$$\begin{cases} (v_{A1})_t = (v_{A1})_x \cdot \cos\theta + (v_{A1})_y \cdot \sin\theta \\ (v_{A1})_n = -(v_{A1})_x \cdot \sin\theta + (v_{A1})_y \cdot \cos\theta \\ (v_{A2})_t = (v_{A2})_x \cdot \cos\theta - (v_{A2})_y \cdot \sin\theta \\ (v_{A2})_n = (v_{A2})_x \cdot \sin\theta + (v_{A2})_y \cdot \cos\theta \end{cases} \quad (13a)$$

$$\begin{cases} (v_{B1})_t = (v_{B1})_x \cdot \cos\theta + (v_{B1})_y \cdot \sin\theta \\ (v_{B1})_n = -(v_{B1})_x \cdot \sin\theta + (v_{B1})_y \cdot \cos\theta \\ (v_{B2})_t = (v_{B2})_x \cdot \cos\theta - (v_{B2})_y \cdot \sin\theta \\ (v_{B2})_n = (v_{B2})_x \cdot \sin\theta + (v_{B2})_y \cdot \cos\theta \end{cases} \quad (13b)$$

式中: $(v_{A1})_x, (v_{A1})_y$ ——A 砂粒碰撞前水平与垂直速度分量; $(v_{A2})_x, (v_{A2})_y$ ——A 砂粒碰撞后水平与垂直速度分量; $(v_{B1})_x, (v_{B1})_y$ ——B 砂粒碰撞前水平与垂直速度分量; $(v_{B2})_x, (v_{B2})_y$ 分别为 B 砂粒碰撞后水平与垂直速度分量; θ ——砂粒间碰撞处坡面与 x 轴的夹角, 大小为 $\tan^{-1} \left[\left| \frac{f'_x}{f'_y} \right|_{(x_0, y_0)} \right]$, 其中 $f'_x =$

$$\frac{\partial f}{\partial x}, f'_y = \frac{\partial f}{\partial y}, f$$
——坡面方程。

对于两体碰撞, 遵守动量守恒定律, 即:

$$m_A \vec{v}_{A1} - \int_0^{t_0} \vec{F} dt = m_A \vec{v}_{A2} \quad (14a)$$

$$m_B \vec{v}_{B1} - \int_0^{t_0} \vec{F} dt = m_B \vec{v}_{B2} \quad (14b)$$

联立式(12), (13), (14), 解得:

$$\begin{cases} (v_{A2})_x = K[m_A \cdot (v_{A1})_x + m_B \cdot (v_{B1})_x + m_B \cdot (e_n \cdot \alpha \cdot \sin\theta + e_t \cdot \beta \cdot \cos\theta)] \\ (v_{A2})_y = K[m_A \cdot (v_{A1})_y + m_B \cdot (v_{B1})_y + m_B \cdot (e_n \cdot \alpha \cdot \cos\theta - e_t \cdot \beta \cdot \sin\theta)] \\ (v_{B2})_x = K[m_A \cdot (v_{A1})_x + m_B \cdot (v_{B1})_x - m_A \cdot (e_n \cdot \alpha \cdot \sin\theta + e_t \cdot \beta \cdot \cos\theta)] \\ (v_{B2})_y = K[m_A \cdot (v_{A1})_y + m_B \cdot (v_{B1})_y - m_A \cdot (e_n \cdot \alpha \cdot \cos\theta - e_t \cdot \beta \cdot \sin\theta)] \end{cases} \quad (15)$$

式中:

$$\alpha = -(v_{A1})_x \cdot \sin\theta + (v_{A1})_y \cdot \cos\theta + (v_{B1})_x \cdot \sin\theta - (v_{B1})_y \cdot \cos\theta;$$

$$\beta = (v_{A1})_x \cdot \cos\theta + (v_{A1})_y \cdot \sin\theta - (v_{B1})_x \cdot \cos\theta - (v_{B1})_y \cdot \sin\theta;$$

$$K = (m_A + m_B)^{-1}.$$

对于特殊情况 $m_A = m_B = m$ 时:

$$\begin{cases} (v_{A2})_x = 0.5 \cdot [(v_{A1})_x + (v_{B1})_x + (e_n \cdot \alpha \cdot \sin\theta + e_t \cdot \beta \cdot \cos\theta)] \\ (v_{A2})_y = 0.5 \cdot [(v_{A1})_y + (v_{B1})_y + (e_n \cdot \alpha \cdot \cos\theta - e_t \cdot \beta \cdot \sin\theta)] \\ (v_{B2})_x = 0.5 \cdot [(v_{A1})_x + (v_{B1})_x - (e_n \cdot \alpha \cdot \sin\theta + e_t \cdot \beta \cdot \cos\theta)] \\ (v_{B2})_y = 0.5 \cdot [(v_{A1})_y + (v_{B1})_y - (e_n \cdot \alpha \cdot \cos\theta - e_t \cdot \beta \cdot \sin\theta)] \end{cases} \quad (16)$$

其合成速度:

$$\begin{cases} v_{A2} = \left[(v_{A2})_x^2 + (v_{A2})_y^2 \right]^{0.5} \\ v_{B2} = \left[(v_{B2})_x^2 + (v_{B2})_y^2 \right]^{0.5} \end{cases} \quad (17)$$

碰撞恢复系数 e_n 和 e_t 是估算砂粒碰撞后运动轨迹的 2 个重要参数。这 2 个参数与砂粒本身大小和性

质等因素有关。由于砂粒碰撞问题的复杂性,使得砂粒碰撞的恢复系数非常离散,所以要得到可靠的碰撞恢复系数,必须通过大量试验,在试验的基础上通过反分析得到恢复系数。目前此项研究还不完善,还须进一步探索。

5 结 语

溜砂灾害是西部大开发中发现的一种新的地质灾害,鉴于它分布广泛性和对交通运输等危害性较大,现越来越引起人们的重视,但目前对它形成机理和防治研究还比较欠缺。本文仅仅是对溜砂运动中单个砂粒的运动模型作了初步探讨,但对于大量砂粒因重力作用一起向下溜动而形成的干砂流的运动模

型未进行探讨。事实上,干砂流的运动模型才最能反映溜砂灾害的特征,因此及时开展对干砂流运动模型的研究已经迫在眉睫。

[参 考 文 献]

- [1] 王成华,陈永波,朱平一,等.溜砂坡的形成演化规律与防治对策[C].海峡两岸山地灾害与环境保育研究. 2002. 282—289.
- [2] 王成华,梁光模,张小刚,等.川藏公路中坝段溜砂坡发生机理与防治关键技术示范研究报告[R]. 2002. 2—9.
- [3] 刘贤万.颗粒运动及其数理简析[J].中国沙漠, 1993, 13 (2): 1—8.
- [4] 吕庆,孙红月,翟三扣,等.边坡滚石运动的计算模型[J].自然灾害学报, 2003, 12(2): 79—84.

(上接第 28 页)

2.5 土壤交换性能

土壤阳离子交换量(CEC)反映土壤胶体上负电荷的多少和对阳离子性养分离子吸附能力的大小,即代表土壤保肥力的强弱。土壤阳离子交换量与土壤有机质及黏粒含量等因素有关,有机质含量高,CEC 随之升高。供试林地土壤 0—100 cm 层次土壤 CEC 与荒地相比,都有所升高,其中混交林地高出荒地 14.03%。不同林型之间,土壤 CEC 含量以侧柏—刺槐混交林地最高,侧柏林地次之,刺槐林地最低。

3 结 论

在渭北黄土高原地区,种植人工林后能增强土壤腐殖化作用,促进土壤有机质的形成发育^[9],对土壤的有机质、全氮、全磷、碱解氮和速效钾等营养元素含量提高有很大帮助。

不同林型植被,土壤的腐殖化作用有明显差异,土壤有机质、各营养元素和阳离子交换量增加各不相同,除了全钾、速效磷以外,表现为刺槐侧柏混交林地 > 刺槐林地 > 侧柏林地 > 荒地。固氮树种与非固氮树种混交栽植对土壤肥力质量的提高较纯林栽植效果显著。

因此在退耕还林时,避免营造单一树种纯林,应该以固氮树种为主,合理搭配非固氮树种,混交栽植。

[参 考 文 献]

- [1] 姚文艺,李勉.黄土高原土壤侵蚀及综合治理研究评述[J].中国水土保持, 2005(4): 15—17.
- [2] 邹年根,罗伟祥.黄土高原造林学[M].北京:中国林业出版社, 1997. 94—96.
- [3] 薛泉宏,李瑞雪,冯立孝,等.黄土高原沙棘、侧柏及刺槐、侧柏人工混交林土壤肥力及混交效应研究[M].黄土高原渭北生态经济型防护林体系建设模式研究.北京:中国林业出版社, 1995. 92—97.
- [4] 薛泉宏,李瑞雪,冯立孝,等.黄土高原油松、刺槐人工林对土壤肥力影响的研究[A].黄土高原渭北生态经济型防护林体系建设模式研究[M].北京:中国林业出版社, 1995. 145—149.
- [5] 南京大学主编.土壤农化分析[M].北京:农业出版社, 1986. 33—141.
- [6] 罗伟祥,唐德瑞,宋西德,等.黄土高原防护林体系混交林类型及造林技术的初步研究[A].北京:中国林业出版社, 1995. 81—85.
- [7] 程国玲,唐立君,郎福生.水曲柳落叶松纯林与混交林根际土壤氮磷养分特点及变化[J].东北林业大学学报, 2001, 29(1): 26—29.
- [8] 胡小平,王长发.SAS 基础及统计实例教程[M].西安:西安地图出版社, 2001. 73—85.
- [9] 王国梁,刘国斌,等.黄土丘陵区纸坊沟流域植被恢复的土壤养分效应[J].水土保持通报, 2002, 22(1): 1—5.