土壤含水量的Kriging和Cokriging估值研究

马孝义，李新平，赵延凤
(西北农林科技大学 农业水土工程研究所，陕西 杨凌 712100)

摘 要：分析了田间同深度土壤含水量的半方差和不同深度土壤含水量的交互半方差特征，探讨了土壤含水量的Kriging和Cokriging估值方法。研究表明，同深度土壤含水量与不同深度的土壤含水量之间均具有显著的空间相关性，用Kriging方法进行土壤含水量的估值精度较传统方法高。加入浅层土壤含水量用Cokriging方法来估测深层土壤含水量，可进一步提高估值精度。

关键词：土壤含水量；空间变异性；Kriging估值；Cokriging估值
文献标识码：A 文章编号：1000－288X(2001)03－0059－03 中图分类号：S152.7

Estimating of Soil Water Content Using Kriging and Cokriging Methods

MA Xiao-yi, LI Xin-ping, ZHAO Yan-feng
(*Northwest Science and Technology University of Agriculture and Forestry, Yangling 712100, Shaanxi Province, PRC*)

Abstract: The semivariogram and cross-semivariogram of soil water content of 20 cm and 55 cm were analysed. The optimal interpolation of soil water content by Kriging and Cokriging was calculated. It is shown that the interpolation precision of Kriging method is higher than that of Jackkniffing and linear methods, the precision of Cokriging method is higher than that of above methods. The upper layer soil water content value can be used to improve the interpolation precision of deeper layer soil water content.

Keywords: soil water content; spatial variation; Kriging method; Cokriging method

田间土壤的一个重要特点是在质地视为均一的区域内，在同一时间不同点的土壤特性存在着明显差异性[1]，即土壤的空间变异性。对此过去通常是假设样本之间完全独立，服从正态分布为前提的。然而近年来的研究发现，许多土壤性质在空间上并不是完全独立的，而是在一定范围内存在空间上的相关性。因此分析土壤特性参数自身和各参数之间的空间关系，以此确定合理的取样间距，对未测点估值，具有重要的理论和实践意义。

从20世纪70年代开始，国外就开始了土壤性质空间变异性的研究。80年代后，Burgess及Webster等人[5－7]将区域化变量理论和Kriging及Cokriging估值方法引入这一研究中，使之定量化，推动了研究的向前发展，目前这已成为土壤科学的热点问题之一。我国这方面的研究从80年代中期开始，徐吉炎、雷志栋等进行了土壤空间变异性与Kriging估值方法研究[1－4]，但对Cokriging估值方法的研究相对较少。本文研究了典型田块不同深度土壤含水量的空间变异特征，探讨田间土壤水分Kriging和Cokriging估值方法，以期为野外土壤水分预测提供方法。

1 田间设计

试验是在西北农林科技大学农作二站进行的，土质为中壤土。选取面积为30 m×35 m且较为平整的地块，按5 m×5 m设置网格，取深度20 cm和55 cm含水量进行观测(见图1)，土壤含水量采用烘干法测定。

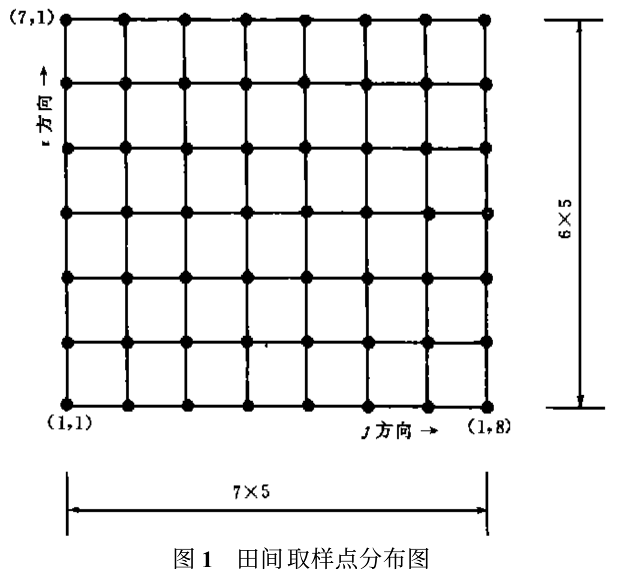

图1 田间取样点分布图

收稿日期：2001－01－17
资助项目：国家自然科学基金项目(49871040)；国家重大科技产业示范工程项目(99－021－01－02)
作者简介：马孝义(1965－)，男(汉族)，陕西凤翔人，博士。主要从事节水灌溉，土壤物理方面研究工作。电话(029)7012816

2　土壤含水量的空间关系

2.1　半方差函数

土壤特性存在空间变异性，但又在一定范围内存在着相关关系，这种关系一般用半方差函数来表示。如将土壤参数 $Z(X)$ 整理为 2 组 $Z(x_i)$ 和 $Z(x_i+h)(i=1,2,\cdots,n)$，n 为所取数据对数，h 为每对参数的间距，在满足以下 2 个基本假定时，即可确定其半方差函数：均值稳定，即土壤特性参数 $Z(x)$ 均值 $E[Z(x)]$ 存在

$$E[Z(x)]=E[Z(x+h)]=\mu \qquad (1)$$

两系列 $Z(x)$ 与 $Z(x+h)$ 对应值之差的方差 $Var[Z(x)-Z(x+h)]$ 存在，且仅与间距 h 有关

$$2\gamma(h)=Var[Z(x)-Z(x+h)]=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[Z(x_i)-Z(x_i+h)]^2 \qquad (2)$$

由于 $\gamma(h)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[Z(x_i)-Z(x_i+h)]^2$，故称 $\gamma(h)$ 为半方差。对试验田块，计算半方差见图 2。

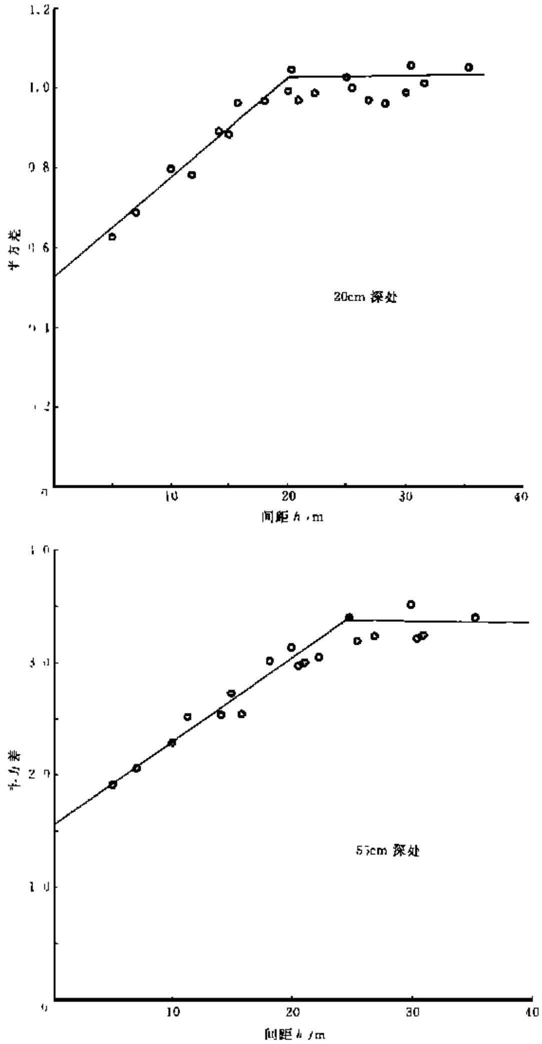

图 2　20 cm 55 cm 深度土壤含水量半方差

由图(2)可看出：土壤含水量的半方差均随着间距的增大而增大，说明其存在显著的空间相关性。同时，当间距增加到一定程度后，其半方差在某一位置上下摆动，因此大于这一距离，可认为土壤特性是完全独立的，小于这一距离时，则应考虑这一相关关系。

对 20 cm 和 55 cm 的土壤，其半方差可近似用线性函数来表示，其半方差函数关系为：

20 cm 深度

$$\begin{cases}\gamma(h)=0.513+0.0254\,h & h\leqslant 20\\ \gamma(h)=1.021 & h\geqslant 20\end{cases} \qquad (3)$$

55 cm 深度

$$\begin{cases}\gamma(h)=1.530+0.0733\,h & h\leqslant 25\\ \gamma(h)=3.362 & h\geqslant 25\end{cases} \qquad (4)$$

2.2　交互半方差函数

在通常情况下，田间土壤特性参数之间在空间上也存在一定相关关系，这种相关关系可用交互半方差函数来表达，如已经测定了 2 个变量 $Z_1(X)$ 和 $Z_2(X)$，其样本数为 n，$Z_1(x_i)$ 和 $Z_2(x_i)$ 的交互半方差函数为：

$$\gamma_{12}(h)=\gamma_{21}(h)=\frac{1}{2n}\sum_{i=1}^{n}[(Z_1(x_i+h)-Z_1(x_i)]\cdot[Z_2(x_i+h)-Z_2(x_i)] \qquad (5)$$

对试验田块计算其交互半方差函数，见图 3。

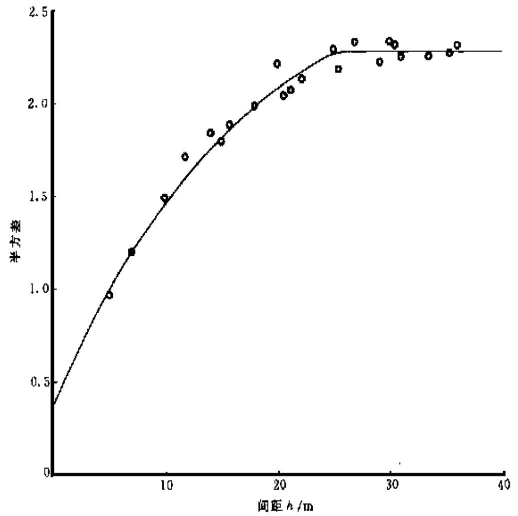

图 3　20 cm 与 55 cm 深度土壤含水量交互半方差

由图 3 可以看出，土壤 20 cm 与 55 cm 深度土壤含水量之间的交互半方差也随着间距的增大而增大，当间距超过一定距离时，交互半方差函数趋于稳定，可近似用式(6)的球状模型来表示。

$$\gamma_{12}(h)=\gamma_{21}(h)=$$

$$0.415+1.789\left(\frac{3}{2}\frac{h}{a}-\frac{1}{2}\left(\frac{h}{a}\right)^3\right)\quad h\leqslant a \tag{6}$$
$$\gamma_{12}(h)=\gamma_{21}(h)=2.204\qquad h\geqslant a$$

式中: $a=25.0$ m。

3 Kriging 与 Cokriging 分析

3.1 Kriging 分析

过去对未测点估值方法一般采用线性内插法和多点平均方法(刀切法), 基于土壤特性的空间关系分析即半方差分析, 可对未测点参数值进行最优估值, 即Kriging 估值。其思想为假设 x_0 为未观测的需估值点, $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为其周围的观测点, 观测值对应为 $Z(x_1), Z(x_2), \cdots, Z(x_n)$。未测点的估值记为 $Z(x_0)$, 它由相邻测点的观测值加权求得, 即

$$Z(x_0)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i Z(x_i) \tag{7}$$

式中: λ_i ——加权系数。Kriging 法是据无偏估计和方差最小来确定加权系数 λ_i 的。

按无偏估值准则有,

$$E[Z(x_0)-Z(x_0)]=0 \tag{8}$$

将式(7)代入式(8)有

$$\sum_{i=1}^{n}\lambda_i=1 \tag{9}$$

估值 (x_0) 和真值 $Z(x_0)$ 差值的方差最小, 即

$$\sigma^2(x_0)=E[Z(x_0)-Z(x_0)]^2=\min \tag{10}$$

利用式(8), 式(10)可推导可有

$$\sigma^2(x_0)=E[Z(x_0)-Z(x_0)^2]^2=$$
$$-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\lambda_i\lambda_j\gamma(x_i,x_j)+2\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\gamma(x_i,x_0) \tag{11}$$

式中: (x_i, x_j), (x_i, x_0) 分别表示以 x_i 和 x_j, x_i 和 x_0 两点间的距离作为距 h 时参数的半方差值, 可据参数的半方差图求出。

因此要确定式 λ_i 值, 即为在满足式(9) 约束条件下, 求目标函数式(11) 表示的方差 $\sigma^2(x_0)$ 为最小值问题, 可用拉格朗日乘子法, 为此构造函数

$$\mu\left(\sum\lambda_i-1\right)=0 \tag{12}$$

式中: μ—— 待定的拉格朗日算子, 由此可导出该问题的解为

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\gamma(x_i,x_j)+\mu=\gamma(x_i,x_0) \tag{13}$$

式(12), (13)组成线性方程组, 求解它便可得到 n 个加权系数 λ_i 和拉格朗日算子 μ。该线性方程组可用矩阵形式表示

$$\begin{bmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1\\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} & 1\\ \cdots & \cdots & & & \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nn} & 1\\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1\\ \lambda_2\\ \cdots\\ \lambda_n\\ \mu\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\gamma_{10}\\ \gamma_{20}\\ \cdots\\ \gamma_{n0}\\ 1\end{bmatrix} \tag{14}$$

式中: γ_{ij}——$\gamma(x_i, x_j)$ 的简写。解方程组求得 λ_i 和 μ, 由式(8) 便可得 x_0 点估值的 $Z(x_0)$。

3.2 估　值

Cokriging 估值法是利用两个变量之间空间上的交互相关性来估值的, 对变量 Z_1, Z_2 之间存在稳定的半方差 γ_{11}, γ_{22} 和交互半方差函数 γ_{12}, γ_{21} 时(实际中 $\gamma_{12}=\gamma_{21}$), 可加入易测变量用Cokriging 法对难测变量估值, 设变量 Z_2 在点(x_0) 的值为 $Z_2(x_0)$, 其估测值可用最近 n_1 点的测定值 $Z_1(x_i)$, n_2 点的测定值 $Z_2(x_i)$ 来估值, 用式(15)表示:

$$Z_2(x_0)=\sum_{i=1}^{n_1}\lambda_{1i}Z_1(x_i)+\sum_{j=1}^{n_2}\lambda_{2j}Z_2(x_j) \tag{15}$$

按无偏估值准则, 即 $E[Z_2(x_0)-Z_2(x_0)]=0$, 代入式(15)中可得:

$$\sum_{i=1}^{n_1}\lambda_{1i}=0,\qquad \sum_{j=1}^{n_2}\lambda_{2j}=1 \tag{16}$$

按估值 $Z(x_0)$ 与真值 $Z(x_0)$ 差值的方差最小

$$\sigma^2(x_0)=E\{[Z_2(x_0)-Z_2(x_0)]^2\}=Min \tag{17}$$

由式(16)及式(18)经过一系列数学变换, 并加入式(17)可得出 Cokriging 方程组:

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n_1}\lambda_{1i}\gamma_{11}(x_{1i},x_{1k})+\sum_{j=1}^{n_2}\lambda_{2j}\gamma_{12}(x_{1k},x_{2j})\\ +\mu_1=\gamma_{12}(x_{1k},x_0)\qquad k=1,2,\cdots n_1\\ \sum_{i=1}^{n_1}\lambda_{1i}\gamma_{21}(x_{1i},x_{1l})+\sum_{j=1}^{n_2}\lambda_{2j}\gamma_{22}(x_{1l},x_{2j})\\ +\mu_2=\gamma_{22}(x_{1l},x_0)\qquad l=1,2,\cdots n_2\\ \sum_{i=1}^{n_1}\lambda_{1i}=0\\ \sum_{j=1}^{n_2}\lambda_{2j}=0\end{cases} \tag{18}$$

联解方程组式(18), 可求出 λ_{1i}, λ_{2j} 代入(15) 式, 即可求出估测值 $Z_2(x_0)$。

3.3 实例分析

对 55 cm 深度处 24 点的土壤含水量, 用最近 6 点的含水量, 采用 Kriging 法估值计算见表 1, 并用线性内插法和刀切法估值进行比较, 发现利用 Kriging 法估值误差均小于线性内插法和刀切法, 说明用 Kriging 估值法可以提高估测的准确性和可靠性。

同时对 55 cm 深度处土壤含水量, 用最近 6 点的

55 cm 处和 20 cm 处土壤含水量, 采用 Cokriging 法估值见表 1, 可以看出其估值误差较 Kriging 小, 这就表明在实际工作中, 加入易测的上层土壤含水量对深层土壤含水量估值分析, 可以提高估测精度。

表 1 **Kriging 和 Cokriging** 估值结果与误差 %

估测点位置		实测值	估测值				误差			
i	j		i 方向内插法	刀切法	估值	估值	i 方向内插法	刀切法	估值	估值
2	1	18.09	18.83	19.41	18.32	18.01	0.74	1.32	0.23	0.08
2	2	18.93	19.71	19.95	19.58	19.90	0.78	1.02	0.65	0.97
2	3	19.57	20.14	19.70	19.76	19.51	0.57	0.13	0.19	0.06
2	4	17.19	19.27	18.55	18.77	18.51	2.08	1.36	1.58	1.32
2	5	16.38	19.27	18.85	18.40	18.24	2.89	2.47	2.02	1.86
2	6	15.25	16.19	17.70	16.41	16.07	0.94	2.45	1.16	0.82
2	7	14.97	17.65	17.45	17.31	17.85	2.68	2.48	2.34	2.88
2	8	15.65	17.66	17.80	16.84	16.19	2.01	2.15	1.19	0.54
4	1	18.32	17.66	18.28	18.04	18.12	0.66	0.04	0.28	0.20
4	2	18.29	19.03	19.01	18.69	18.17	0.74	0.72	0.40	0.12
4	3	17.92	18.22	17.79	18.70	18.30	0.3	0.13	0.78	0.38
4	4	16.61	19.13	17.86	18.4	18.22	2.52	1.25	1.79	1.61
4	5	18.70	17.44	17.20	17.61	18.32	1.26	1.50	1.09	0.38
4	6	16.09	16.36	17.26	17.12	16.86	0.27	1.17	1.03	0.77
4	7	18.67	17.99	17.52	18.60	18.44	0.68	1.15	0.07	0.23
4	8	16.20	18.23	18.08	18.09	18.19	2.03	1.88	1.89	1.99
6	1	18.12	16.46	16.56	16.71	17.24	1.66	1.56	1.41	0.88
6	2	19.31	16.91	16.76	16.71	17.23	2.40	2.55	2.60	2.08
6	3	18.21	16.26	16.98	16.87	17.31	1.95	1.23	1.34	0.90
6	4	17.09	16.26	16.48	16.69	16.71	0.83	0.61	0.40	0.38
6	5	18.46	17.78	17.30	18.99	18.59	0.68	1.16	0.53	0.13
6	6	15.71	18.72	17.85	17.99	17.48	3.01	2.14	2.28	1.77
6	7	15.82	19.43	18.84	18.61	18.85	3.61	3.02	2.79	3.03
6	8	15.97	17.81	18.68	16.44	16.11	1.21	2.71	0.47	0.14
标准差							3.21	2.97	2.06	1.72
偏差均值							1.52	1.50	1.18	0.98

注: 实测值、估测值、误差均为重量含水量。

4 结 论

(1) 对所研究土壤同深度的土壤含水量和不同深度的土壤含水量之间均具有明显空间相关性, 其相关距离在 20 ~25 m, 其 20 cm 与 55 cm 之间的土壤含水量半方差函数可用线性模型表达, 交互半方差函数可用球状模型表达。

(2) Kriging 方法可用于估测点的土壤含水量估值, 结果较传统的方法精度高。加入浅层土土壤含水量后采用 Cokriging 方法来估测深层土壤含水量, 其估测的误差较 Kriging 方法和传统方法小, 可进一步提高土壤含水量估值的精度。

(3) 本文的研究还有待进一步深化。

[参 考 文 献]

[1] 徐吉炎, Webster. 土壤调查数据的最佳估值研究——武县表层全氮量半方差图和块状 Kriging 估值[J]. 土壤学报, 1983, 20(4): 419—430.

[2] 雷志栋, 杨诗秀. 土壤特性空间变异性的初步研究[J]. 水利学报, 1985(9): 10—21.

[3] 梁春祥、姚贤良, 华中丘陵红壤物理性质的空间变异分析[J]. 土壤学报, 1993, 30(1): 69—77.

[4] 马孝义, 熊运章, 孟海平. 埁土土壤物理特性空间变异性的初步研究. 现代土壤科学进展[M]. 中国农业科学出版社, 1994. 80—85.

[5] Burgess T M, Webster R. Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil properties: The semi Varigram and punstual Kriging[J]. J. Soil Sci., 1980, 31: 315—331.

[6] Vauclin M, Vieira S R, Vachaud G et al. The use of Cokriging with limited field soil observation[J]. Soil Sci. Soc. Am. J., 1983, 47(2): 175—184.

[7] Yates S R, Warrick A W. Estimating soil water using Cokriging[J]. Soil Sci. Soc. Am. J., 1987, 51(1): 23—30.