

均衡纵剖面形态的实验研究

严宝文, 包忠谟

(西北农业大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨陵 712100)

摘要: 均质地层和定流量条件下均衡纵剖面的形成过程与最速滑降问题类似。从最小耗能原理出发, 用大量的室内实验成果验证了理想的均衡纵剖面应最接近于一条摆线, 从而证实了理论推求的结论, 并为均衡纵剖面理论的实践应用打下了坚实的基础。

关键词: 均衡纵剖面 流水地貌 实验研究

文献标识码: A 文章编号: 1000-288X(2000)01-0014-04 中图分类号: p931.1

An Experimental Study On Form of Equilibrium Profile

YAN Bao-wen, BAO Zhong-mo

(College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwestern Agricultural University, Yangling District 712100, Shaanxi Province, PRC)

Abstract In condition of uniform stratum and unchanged flow, the process of equilibrium profile forming is similar to a mathematic question- Toboggan slide with the least time. Starting from theory of minimum energy dissipation, It is discussed and verified through indoor experiment that a theoretical equilibrium profile should be a rotation wheel line. This has not only proved that the conclusion coming from theoretical research is right, but given a solid theoretical foundation to further practical use.

Keywords equilibrium profile; fluvial geomorphology; experimental research

河流、沟谷的均衡纵剖面问题研究在河道整治、水库淤积以及沟谷侵蚀防治方面都有着十分重要的意义, 而均衡纵剖面的形态又是这一研究的核心。从野外的实测资料出发, 很多学者认为均衡纵剖面应接近于一条抛物线、双曲线或是指数曲线^[1,2], 而笔者从最小耗能原理出发, 认为在均质地层和沿程流量不变条件下, 均衡纵剖面的形成类似于变分学中经典的最速滑降问题, 因而理想的均衡纵剖面应是一条摆线。

1 理论研究简述

按最小熵产生原理, 流水地貌系统这样一个处于非平衡线性区的开放系统, 在趋向均衡状态(定态)过程中, 必然要求最终达到系统内熵产生最小^[3], 即

$$\text{熵生率} = dp/dt = 0$$

具体而言, 就是到达均衡态时, 水流在流动过程中能量消耗最小, 也就是流水地貌系统的发育要遵循最小耗能原理。

按欧拉法研究思路, 水流运动可概化为无数水质点的运动, 对于均质地层和定流量条件下均衡纵剖面的形成我们可以将其简化为水滴从高处的一点 A 向不在同一垂线的低处一点 B 的流动。

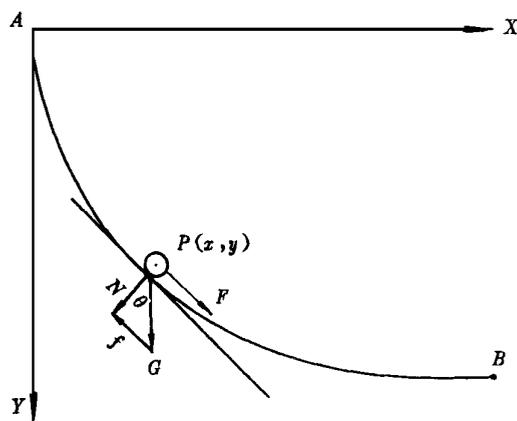


图 1 均衡纵剖面形态推求

水滴在运动中能量消耗最小就是水滴做功最小, 而水滴的能量方程可表示为:

$$E_{总} = E_{动} + W$$

假定 A, B 位置已定, 则 $E_{总}$ 就是定值, 而水滴运动的最终目的就是使 W 最小, 对于 W 我们可知其为

$$W = \int_A^B f ds$$

式中: f— 摩阻力; s— 弧长。

若水滴已运动到路线上任一点 $P(x, y)$, 其受力仍见图 1, 依牛顿第二定律, 可知 $F - f = ma = m \frac{d^2s}{dt^2}$ 式中: F ——下滑力。

显然对于一条给定路线 (即 S 已知), 水滴 (质量 m 一定) 沿其运动时, 加速度 $a = \frac{d^2s}{dt^2}$, 将随时间的减小而增大, 而 a 越大, $F - f$ 值越大, 即 f 相对于 F 越小, 由此 $W = \int_A^B f ds$ 越小, 就能达到运动过程中耗能最小的目的。这样, 推求水滴运动过程耗能最小的问题就演变成了如何确定 A, B 间的一条路径, 以使水滴在这条路线上能以最短时间从起点运动到终点的最速滑降线问题。

众所周知, 最速滑降线是一条摆线^[4], 尽管均衡纵剖面形态的推求与最速滑降线问题的推求中有些条件还并不完全匹配, 但由于两者实质上的一致性, 我们完全可以认为, 均衡纵剖面的理想形态就是最速滑降线, 即摆线。

2 实验原理及实验安排

2.1 实验原理

从理论推求中, 我们知道不同规模的均衡纵剖面, 其形成都受最小耗能原理控制, 因而具有相同的形态。而我们进行实验的目的恰在于寻求这一结果, 对过程则不予深究, 所以我们选择了自然模型作为模型实验方法, 其具体做法是: 只提供实验的起始条件, 包括原始地形、地层构成, 水流流量, 在实验过程中, 水流自由塑造水道形态, 直至实验完成^[5]。在模型设计中, 我们从 2 个方面保证模型实验的相似性。

(1) 重力相似: 流水对地貌的改造主要是受重力作用, 因此, 重力相似是这次实验严格遵循的原则, 具体操作时, 我们严格按重力相似原则, 对时间和流量两个比尺进行了换算^[6], 结果见表 1。

表 1 实验模型相似性换算

模型长度 /cm	时间比尺 /h	流量比尺 / (ml s ⁻¹)			
100	6.5	4	5		
150	7.5	3	4	6	8
200	8.5	6.15	8.20	12	16

注: 100 cm 模型的时间比尺和流量均由初期探索性实验确定,

$$\lambda_t = \lambda_Q^2, \lambda_Q = \lambda_T^2$$

(2) 物质构成及行为过程相似^[7]: 模拟均质地层就必须保证材料均质, 我们在实验中用经过筛分的均质黄土作材料, 采用装填后再整体轻夯而不是分层装填夯实的办法处理, 既保证其具有一定抗冲性又是相对均质的。

形成均衡纵剖面的过程主要表现为水流下蚀作

用的影响。在这一过程中, 无论是自然界的水流还是实验水流, 它在运动中所受到的力以及它对地层的侵蚀方式都是一样的, 下蚀作用形成均衡纵剖面的过程也是一样的。如果从耗能最小原理的要求出发, 这两者就更没有什么区别了, 无论是自然界水流对地貌的改造, 还是实验水流对实验模型的塑造, 都受到最小耗能原理的制约和控制, 即水流总是在塑造 (或者说寻求) 一条能使其在过程耗能量最小的情况下从起点流至终点的路线。

2.2 实验设备

实验设备主体是一个长度为 2 m 的木制盛土容器, 它由两部分构成, 构成如图 2。

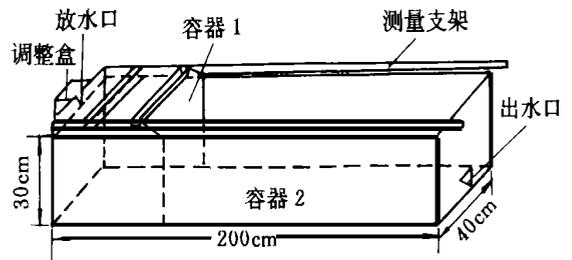


图 2 实验设备主体构成

容器 1 可在容器 2 内上、下、前、后滑动, 用以改变模型长度和高差, 进水口装配在容器 1 上, 出水口及出口量水三角堰装在容器 2 上, 使用时, 要先在箱体内铺设塑料薄膜, 以防止箱体受水浸渍。

辅助设备则包括: (1) 高度测量仪, 用以在模型上方量测水道纵向高度; 三角堰, 用于准确量取进、出水口流量和流速; 100 ml 量筒和秒表, 主要用以校核进水流量, 保证进水流量的稳定。此实验中进水流量的稳定是实验成功的一个重要保证, 为达到这一目的除了在实验过程定时地对进水流量进行校验外, 还采用在容器 2 上装置 1 个调整盒 (见图 3), 用三角堰进行 2 次校核的办法来对进水量进行量测和调整。

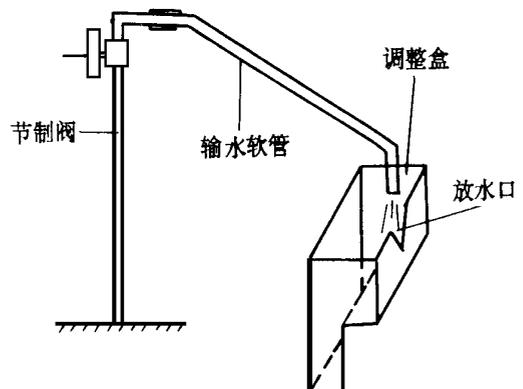


图 3 进水设备构成图

2.3 实验要素及观测时间安排

实验中主要以流量和模型高差 2 个要素的变化来构成实验原始条件组合,具体场次安排见表 2(表中括号内数字为实验场次序号)。

在实验过程中,观测时间的确定是按不等距形式

进行的,但总的时间长度则依据重力相似原则要求(见表 2)的值来确定。各尺寸模型的观测时间安排如下:100 cm 模型,6.5 h;150 cm 模型,7.5 h;200 cm 模型,8.5 h。其中 100 cm 模型的观测总历时由前期实验探索确定。

表 2 实验场次安排

模型尺寸 /cm	100		150				200				
进水流量 /($\text{ml} \cdot \text{s}^{-1}$)	4	5	3	4	6	8	6.15	8.20	12	16	
原始地面	28.5 ₍₁₎	27.5 ₍₅₎			27.5 ₍₁₁₎	25 ₍₁₅₎			26.1 ₍₂₁₎	26.5 ₍₂₅₎	
高差 /cm	29.5 ₍₂₎	29.4 ₍₆₎	26.0 ₍₉₎		29.0 ₍₁₂₎	27 ₍₁₆₎			28.5 ₍₂₂₎	33 ₍₂₆₎	
	34.5 ₍₃₎	35.5 ₍₇₎		24.5 ₍₁₀₎	35 ₍₁₃₎	35 ₍₁₇₎			34 ₍₂₃₎	35.5 ₍₂₇₎	
	35.6 ₍₄₎	40.0 ₍₈₎			36.5 ₍₁₄₎	36.5 ₍₁₈₎		35 ₍₁₉₎	35 ₍₂₀₎	34.5 ₍₂₄₎	35.5 ₍₂₈₎
实验场次 /次	4	4	1	1	4	4	1	1	4	4	

3 均衡纵剖面理想线型选取

本次研究中共做了 28 场次实验,其中 100 cm 模型 8 场次,150 cm 模型 10 场次,200 cm 模型 10 场次,摆线个数皆为 6,所得实验水道均衡纵剖面曲线拟合结果如表 3。

表 3 实验水道均衡纵剖面曲线拟合结果

模型尺寸	实验序号	$R_{\text{摆}}$	$R_{\text{抛}}$	$R_{\text{指}}$	最优线形
100 cm	1	0.9820	0.9800	0.9960	摆线
	2	0.9391	0.9266	0.9910	摆线
	3	0.9779	0.9954	0.9894	抛物线
	4	0.9605	0.9903	0.9912	摆线
	5	0.9196	0.9986	0.9951	抛物线
	6	0.8902	0.9920	0.9923	摆线
	7	0.9740	0.9987	0.9992	摆线
	8	0.9818	0.9973	0.9994	摆线
150 cm	9	0.9824	0.9912	0.9950	摆线
	10	0.9512	0.9839	0.9950	摆线
	11	0.9612	0.9522	0.9820	摆线
	12	0.9954	0.9931	0.9911	指数曲线
	13	0.9118	0.9995	0.9943	抛物线
	14	0.9663	0.9953	0.9982	摆线
	15	0.9496	0.9991	0.9951	抛物线
	16	0.9758	0.9658	0.9903	摆线
	17	0.9210	0.9850	0.9854	摆线
	18	0.9172	0.9980	0.9808	抛物线
200 cm	19	0.9515	0.9691	0.9362	抛物线
	20	0.9625	0.9260	0.9759	摆线
	21	0.9120	0.9357	0.9133	抛物线
	22	0.9855	0.9181	0.9891	摆线
	23	0.9234	0.9383	0.9950	摆线
	24	0.9985	0.9950	0.9960	指数曲线
	25	0.9518	0.9504	0.9413	摆线
	26	0.9969	0.9911	0.9971	摆线
	27	0.9755	0.9663	0.9828	摆线
	28	0.9251	0.8750	0.9273	摆线

应近似于一条摆线,而这一结论必须得到实验成果的支持。对于这一点我们采取的方法是:用 3 种理论曲线,即指数曲线、抛物线和摆线分别对实验水道均衡纵剖面数据进行拟合,从中选取拟合程度最高的线型,最后用简单的统计来确认摆线线型的正确性。

对实验水道均衡纵剖面曲线拟合的结果,总共 28 个场次的实验中,实验水道均衡纵剖面与摆线具有最好拟合程度的场次占到了 18 个,即 65% 左右,而且即使摆线不是最优线型的实验场次中,实验水道均衡纵剖面与摆线也具有较好的拟合程度,相关系数 $R_{\text{摆}}$ 仍普遍高于 0.9,这一结果已可以基本排除偶然性的影响,得出明确的结论,即在均质地层和沿程流量不变的情况下,实验均衡纵剖面的理想线型应该是一条摆线。

4 结 论

从最小耗能原理出发推得均质地层和定流量条件下均衡纵剖面应当接近于一条摆线。大量的室内实验表明,这一推求结论是正确的,摆线线型确实可以非常好地代表实验水道的均衡纵剖面形态。虽然完全验证这一结论,还须得到实测资料的支持,而这一工作我们目前还力所难及。尽管如此,通过理论推求和室内实验的验证,我们已经对这一结论的正确性充满了信心。对于这一成果的实际应用,我们设想它首先可以被用来确认深厚黄土区(近似均质地层)侵蚀沟谷的发育阶段,预测沟谷侵蚀的未来发育潜力,为水土保持和黄土地区的农业发展规划提供依据。在这方面,我们也做了一些工作,且已获得一些认识。诚然,我们在这方面工作仅是开始,有待进一步认识的问题仍很多。但我们期望此项工作能起到抛砖引玉的作用,引发更多的学者来关注这个问题。

将 A 与 R 复合运算, 并归一化得

$W = (0.113, 0.166, 0.301, 0.193, 0.226)$

水资源价值为

$$v = (0.113, 0.166, 0.301, 0.193, 0.226) \times (1.404, 1.053, 0.702, 0.351, 0) = 0.605 \text{元} / \text{m}^3$$

用同样方法, 假设渭河水质符合国家地面水 I, II, III 级标准, 可计算出相应的水资源价值为

$$v_{\text{I}} = 1.004, \quad v_{\text{II}} = 0.942, \quad v_{\text{III}} = 0.934$$

从而可求出 $\Delta v_{\text{I}-5} = 0.399$, $\Delta v_{\text{II}-5} = 0.337$,

$\Delta v_{\text{III}-5} = 0.329$ 据此可估算污染对渭河流域水资源财富造成的损失 (表 3)

表 3 渭河水资源财富损失表 10^8 元

保证率 %	平均	20	50	75	95
水资源数量 / 10^8m^3	26	33.8	24.4	18.5	12.2
I 级标准时损失值	10.37	13.48	9.73	7.38	4.86
II 级标准时损失值	8.76	11.39	8.22	6.23	4.11
III 级标准时损失值	8.55	11.12	8.02	6.08	4.01

从上述分析可以看出, 在不同标准和保证率下, 污染对水资源财富的损失是不同的。在水量相同的情况下, 污染越严重, 损失越大, 在相同水质标准下, 水量越大, 污染所造成的水资源损失越大。当水质以 III 级水为标准时, 在 95% 频率下, 渭河流域因水污染而造成的水资源本身损失至少为 4.0×10^8 元, 占当年国民收入的 0.75%。所以, 水资源财富损失是不可忽视的。当然, 上述分析只是动态序列中的一个断面, 随着

人口密度的增加, 国民收入的提高和水资源污染程度的变化, 水资源财富损失值也会发生相应的变化。

上述研究及结论具有非常重要的理论和现实意义。它不仅有助于改变人们传统的“水资源无价”的观点, 提高节水意识, 减少水资源污染, 而且能够较全面估价水资源污染所造成的水资源财富损失, 同时为排污收费, 为水资源核算及其纳入国民经济核算体系, 消除水资源财富消耗而造成的国民经济虚假增长成分提供理论依据。

本文以渭河流域为例, 对其水污染所造成的水资源财富损失进行了分析和估算, 目的是为了提供一个较为准确的损失数据, 以引起政府有关部门的重视, 以期通过政府的干预, 以及经济的、法律的手段, 避免某些盲目性和短期行为对水资源造成的破坏, 避免以牺牲水资源为代价而盲目地发展经济, 从而加强水资源保护、管理的力度, 提高水资源的永续利用。

参 考 文 献

- [1] Jiang Wenlai et al. A study on Control Industrial Sewage by Means of Price [M]. Research on Regional Environment and Development. Beijing: China Environment Science Press, 1994. 63-69.
- [2] 姜文来, 王华东, 王淑华. 水资源耦合价值研究 [J]. 自然资源学报, 1995(2): 17-23.
- [3] 胡涛, 王华东. 中国的环境经济学 [M]. 北京: 中国农业科技出版社, 1996. 16-21.
- [4] 钱伟长. 变分法及有限元 (上册) [M]. 北京: 科学出版社, 1980.
- [5] 金德生. 关于流水动力地貌及实验模拟问题 [J]. 地理学报, 1990(2).
- [6] 吴持恭. 水力学 (下册) [M]. 北京: 高等教育出版社, 1995.
- [7] 金德生. 河流地貌系统的过程响应模型实验 [J]. 地理研究, 1990(2).

(上接第 16 页)

参 考 文 献

- [1] Pijush. J. Mehta (India). Transient Bed Profiles in Aggrading Stream s. 第三次国际河流泥沙学术讨论会论文集 [C]. 北京: 水电出版社, 1983.
- [2] 钱宁, 等. 河床演变学 [M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [3] 沈小峰, 等. 耗散结构论 [M]. 上海: 上海人民出版社, 1987.

《水土保持通报》简介

《水土保持通报》是由中国科学院主管, 中国科学院水利部水土保持研究所主办的学术性期刊, 为中国自然科学核心期刊和中国科学院科学出版基金资助期刊, 由科学出版社出版。属被引频次和影响因子最高的中国科技期刊 500 名之一。1999 年经国务院新闻办、国家新闻出版署审核备案, 《水土保持通报》由《中国期刊网》、《中国学术期刊 (光盘版)》全文收录; 作为《中国学术期刊综合评价数据库》来源期刊全文收录; 被认定为《中国科学引文数据库》来源期刊。为《中国地理文摘》、《中国农业文摘》、《中国国土资源文摘》、《中国水利水电文摘》、《中国林业文摘》、《环境科学文摘》以及《中国科学引文索引数据库》、《中文科技期刊数据库》、《Chin Info 数据库》、日本《科学技术文献速报》数据库等收录。并通过各种渠道交流至世界许多国家, 具有相当广泛的国内和国际影响。曾多次荣获中国科学院和陕西省优秀期刊奖, 1999 年再度被评为陕西省优秀期刊一等奖。

《水土保持通报》编辑部